

【研究ノート】

LP で 3 品目以上の場合の問題作成法

小林 健吾

I. まえがき

かねてから LP(リニアール/プログラミング)を利用した利益計画の問題を取り上げる際に頭を悩ませていたのは、3 品種以上(以下、3 元以上といった呼び方をする)の状況で全部の品種に適切な数値の解が得られるような問題をいかに作成するかである。

3 元特に 4 元ともなると、いずれかの製品の製造・販売量が 0 になることが多発する。適当に入力して設定する方法では、4 元の問題で全部の製造・販売量にしかるべき数値の解が得られることは、ほとんど僥倖に類する。

このためか、多くの問題では 2 元にとどめ、たまに 3 元の問題があると、どこかで見たような組合せであるという状況になる。

しかし、LP を経営管理の実践的な問題水準で取りあげるには、2 元以上の多元の問題を任意に作成し、教育的に利用することが強く望まれる。

この問題に以前から関心を持っていたが、あるとき連立方程式の行列式解法を逆に利用すれば、適切な数値の解を持つ問題が 3 元あるいは 4 元や 5 元についても容易に作成できることに気がついた。

そこで試みたのがここで公表する作成法であり、4 元の場合の行列式の解法のプログラムを除いては、4 元までをほとんどその日

のうちに完成することが出来た。

この方法の LP 問題の教育に資する意味が少なくないことに注目して、この紀要に発表する次第である。大方の活用を期待している。

II. 3 元問題作成法

この作成では EXCEL のシートと VBA(Visual Basic for Applications) を利用している。ただし VBA は後述の手順⑥で行列式解法を適用する手間を省くためであって、利用が不可欠ではない。また 5 元以上の行列式解法の自動実行はプログラムがさらに複雑になるので、筆者も手を付けていないが、問題作成自体は難しい問題ではない。

この作成では連立方程式の行列式解法の知識が不可欠になるが、LP に興味を持つ人ならば、この知識の取得は容易であろう。

まず、3 元問題から見てゆこう。

ここでは、販売市場での販売量上限と供給市場からの 2 種類の材料の入手の限界、および企業内の制約条件として全体の可能作業時間という、合計で 6 つの制約条件を持つ 3 元の販売量の組み合わせから最大利益を求める問題を対象にしよう。

1. 作成手順

以下の手順で作成する。

- ① 作成しようとしている問題のイメージを明確にする。
- ② 販売量の解の予定と、それによる利益の設定。
- ③ 適当な係数によるガウス行列の作成
- ④ ガウス行列から逆展開して拡大係数行列の作成。
- ⑤ 係数を各制約条件の係数として、単価を加えて新しいガウス行列を持つ連立方程式の作成。
- ⑥ 作成した連立方程式が単独解を持つかの確認。
- ⑦ 製品単位当たりの変動費等を設定して、①の利益が実現できる状況を見いだす。
- ⑧ 以上から各数値を利用して問題にまとめ上げる。
- ⑨ ソルバーによる最有利解の確認。初期の答えが得られるかを確かめる。

これらの手順の中で、問題作成に影響する数値を設定する作業を含むのが、②、③、⑦、⑧であり、残りは確認し処理をする段階であるが、結構難しいのが③と④の拡大係数行列に展開する部分である。

以下、順次説明してゆこう。

2. 問題のイメージの予定

LP 問題の作成に当たっては、まず作成しようとする問題のイメージを明確にすることから始める。

ここでは複数解の問題は別にして単独解が得られる場合を予定するが、全体の問題の様相はどのようにするか、目標関数は何にするか、いくつの製品にするか、どのような制約条件を設定するか、それらに全製品に共通した制約条件にどのようなものを選ぶかといった問題について大凡の予定をしておく必要

がある。これらの詳細は以下の手順を実行しながら具体化してゆく。

ここでは、3 製品で利益を最大化する製造販売の組合せの単独解をうる問題を予定するから、連立方程式は3つ必要になる。そこで制約条件は上述のように5つを考えるが、この内の3つを全製品の販売量によって変化する制約条件とし、そのうち2つの供給市場からの制約と、残り1つを経営内的な制約である作業時間のそれとを予定する。

これらの制約条件について連立方程式を予定するのである。そして販売市場の制約は各製品別であるから、最後に設定する。目標関数は営業利益でもよいが、固定費は製品組合せに影響しないとして限界利益額の最大化のモデルを予定することにしよう。

3. 結果される販売量とそれによる製品単位当たり限界利益の予定

上の問題のイメージから、実質的な目標関数は限界利益額であり、変化させる組合せは製品の販売量のそれであるから、まずこの製品の販売量とそれによって結果するべき限界利益額を念頭に置いて、解で得られるべき各製品の販売量を予定し、それによる限界利益額を結果するように各製品の単位限界利益を予定することから始める。

表-1 の様に製品 X_1 から X_3 迄の販売量と単位当たり限界利益を適当に設定するのである。これらをすべて整数で予定すれば、LP の解となる組合せも整数で得られる。

表-1

製品	解(販売量)	単位限界利益	限界利益
X_1	17,918	1,354	24,260,972
X_2	10,416	2,845	29,633,520
X_3	16,250	2,235	36,318,750
合計			90,213,242

この表の解(販売量)と単位限界利益の欄の数値を任意に予定する。右端の限界利益額はこれらを掛けて算定した数値であって、これが問題のイメージに合うように販売量と単位限界利益を設定するのである。

ここでは実際の経営問題への適用を予定して、大きな桁の数値で設定しているが、簡単な LP 問題であれば、もっと小さい値で良いであろう。

この段階での注意は品種間の有利さが大きく一方的にならないように配慮することぐらいであろう。

4. 全製品に共通する制約条件について連立方程式の作成

製品数 3 つであるから、単独解を得るためには 3 つの連立方程式を見いだす必要がある。そこで連立方程式を予定する 3 つの制約条件についてガウス行列を予定し、これに販売量乗じて連立方程式の Y の値を算定する。これによって制約条件の連立方程式ができあがる。残りの制約条件は⑧の問題に組み上げる際に考慮する。

この手順が③の手順と共に、作成で最も結果に影響する難しい部分である。しかしその難しさは、適用する技法ではなく、想定している問題のイメージに適合したガウス行列を見つけてゆく難しさであるから、経験を積みばかなり効率的に出来るようになる。

予定する 3 つの制約条件について、 X_1 の係数を 1 にして既約ガウス行列で始めると、次の拡大係数行列に展開する際に好都合である。

また表-2 の Y の値の列は、前述の X の係数に、①で設定した解(販売量)の数値を乗じて算定したものである。これによってガウス行列を持つ連立方程式を作成しているのである。

表-2

	X_1 の係数	X_2 の係数	X_3 の係数	Y の値
制約条件 1	1	2	1	55,000
制約条件 2		3	3	79,998
制約条件 3			4	65,000

この 1 行目の Y は、説明のように上の表-1 の販売量に乗じて以下の様に算定している。

$$X_1 \text{ の係数} \times \text{同販売量} + X_2 \text{ の係数} \times \text{同販売量} + X_3 \text{ の係数} \times \text{同販売量}$$

$$X_1 \text{ の Y 値} = 1 \times 17,918 + 2 \times 10,416 + 1 \times 16,250 = 55,000$$

$$X_2 \text{ の Y 値} = 3 \times 10,416 + 3 \times 16,250 = 79,998$$

$$X_3 \text{ の Y 値} = 4 \times 16,250 = 65,000$$

これは付言すると、次の連立方程式を予定したということである。

$$X_1 + 2X_2 + X_3 = 55,000$$

$$3X_2 + 3X_3 = 79,998$$

$$4X_3 = 65,000$$

5. 拡大係数行列の連立方程式に展開する

各製品に各制約条件の数値が決まるようにするために、ガウス行列の連立方程式を拡大係数行列のそれに展開する必要がある。この段階はまさに連立方程式の行列式解法の中心経過を逆に展開して、係数と Y 値が問題作成に適切になるように作り上げてゆく経過である。

したがってそこでは、ガウス行列を求める際の基本変形の規則を逆に適用しながら拡大係数行列に仕上げてゆくのである。

この基本変形は次の 3 つの形とそれを組み合わせたものによることは、周知のところであろう。

基本変形 1 2 つの行を交換する。

基本変形 2 ある行を 0 でない実数倍する。

基本変形 3 ある行に他の行を実数倍したものを加える。

この規則に従いながら、想定している問題に合うような係数を持つ連立方程式を見いだしてゆく。

ここの例では次のように表-2 の係数を拡大係数行列に展開している。これらの右の欄外は適用した変形を表している。たとえば 2 行目の (+2*R1) は、この行が前の行列の 1 行目 (R1) を 2 倍したものを元の第 2 行に+ (プラス) していることを表している。

表-3

1	2	1	55,000	
2	7	5	189,998	+2*R1
3	6	7	230,000	+3*R1
4	8	4	220,000	R1*4
2	7	5	189,998	
3	6	7	230,000	

この経過を誤ると単独解が得られなくなるので、できあがった段階で、念のために解いてみるのが、後の⑥の手順である。

以上の結果、次の制約条件の物量単位の連立方程式ができあがる。

$$4X_1 + 8X_2 + 4X_3 = 220,000$$

$$2X_1 + 7X_2 + 5X_3 = 189,998$$

$$3X_1 + 6X_2 + 7X_3 = 230,000$$

なお、多少の解説を加えると、第 1 行は制約条件 1 (調達市場からの制約条件 1) について、 X_1 製品の使用量は製品単位当たり 4 単位、 X_2 製品では 8 単位、 X_3 製品では 4 単位を必要とし、この制約条件の利用可能量(制約値)は 220,000 単位であることを予定したのである。

6. 数量の連立方程式に制約条件の単価を掛けて新しい連立方程式に展開する

上の連立方程式はいわば制約条件の数量とその利用可能量 Y との連立方程式であるか

ら、これを制約条件の原価のそれに変換する必要がある。

そこで制約条件の単価を予定して、これを掛けて原価の連立方程式に換算する。

表-4

	X_1	X_2	X_3	Y	単価
制約条件 1	448	896	448	24,640,000	112
制約条件 2	482	1,687	1,205	45,789,518	241
制約条件 3	1,056	2,112	2,464	80,960,000	352

この表-4 の各数値は表-3 の下の表にそれぞれの行の単価を掛けて算定している。

この結果、連立方程式は次のように改められた。

$$448X_1 + 896X_2 + 448X_3 = 24,640,000$$

$$482X_1 + 1,687X_2 + 1,205X_3 = 45,789,518$$

$$1,056X_1 + 2,112X_2 + 2,464X_3 = 80,960,000$$

7. 以上の手順の確認のために、連立方程式を解いてみる

手順に間違いがなければ、この連立方程式の解には最初の表-1 で予定した製品の販売量の組合せが得られるはずである。

この解法は面倒であるので、行列式解法を自動的に適用するマクロを準備している^{注1)}。このもとの Excel シート (ここでは表示していないので、ダウンロードされたい) の「問題の入力領域」に入力して、「三元連立方程式の解法実行」ボタンをマウスでクリックすると実行する。その下の結果表示の最初の部分がこの既約行列を算定したものであり、確かに表-1 で設定した解が得られていることを確認している。このマクロは長くなるのでこの論考に挙げることは省略する。LEC 会計大学院のホームページから、この論攷をダウンロードして参照されたい。

8. その他の変動費等の予定による価格の設定

次に販売量に対する売上高を算定するに不可欠な製品価格の設定が必要になる。当初に予定した販売量の組合せを得るためには、この段階を適切に行なうことが重要になる。

この価格の設定では、価格は制約条件となっている各原価要素の他に、それ以外の変動費と製品単位当たり販売費を回収して、残りが表-1の限界利益になる必要があるから、表-1の単位限界利益から出発して、次のように設定してゆくのが効率的である。

表-5

	X_1	X_2	X_3
単位限界利益	1,354	2,845	2,235
その他変動費	112	104	135
甲材料費	448	896	448
乙材料費	485	1,687	1,205
機械時間費	1,056	2,112	2,464
小計	2,098	4,799	4,252
単位販売費	285	195	231
単位売価	3,737	7,839	6,718

この表の太字で表した、「その他の変動費」と「単位販売費」を任意に設定して単位売価を算定するのである。それ以外は表-4までに設定あるいは算定した数値であり、これらを合計して、最後の行の単位売価を見いだしている。

この場合、この段階の設定値がそれ以前の製品間の有利さを変えると、最有利解が最初の組合せにならずに変化する。しかし、ここで最初の段階での有利さを維持するような「その他の変動費」と「単位販売費」を見いだしことは手間であるから、多少の変化を結

果することは覚悟して、その他変動費と販売費を設定すれば良い。

そしてその結果、1品以上が0になる場合にはこの2つの項目の金額を変化させて調整することで有効な解を値を見いだすことができる。こうした作業は、パソコンの表計算の利点を活用すると、容易且つ効果的に実行できる。

9. 以上からの問題へのまとめ

営業利益の最大化を問題にする場合には、固定費の予定を含めて、これまでの数値から問題を組み上げる。

この際、連立方程式で取りあげた以外の制約条件については、それらが実際にアクティブにならない範囲で数値を設定する。

これらをまとめて製品別の損益計算書と制約条件に組上げてゆくのである。下の表-6がそれである。

この製品別損益計算書の太字の部分以外は表-5までで設定されてきた数値であり、ここで新たに加えたのは、上述のところから個別固定費と共通固定費、および制約条件値である。

制約条件値は甲乙材料と機械時間数については、表-3の拡大係数行列で得られた数値をそのまま利用すれば良いが、この例の乙材料の場合のように多少切れの良い数値にした場合には、表-3の下の表の値に近い数値を選ぶ。これに対して、アクティブであることを予定していない販売市場での販売量の上限は、最初に設定した解の数値の少し上で設定する。この結果をまとめると表-6の各数値が結果される。

表-6

	A 製品	B 製品	C 製品	合計
売価	3,737	7,839	6,718	
販売量	17,918	10,416	16,250	
甲材料	71,672	83,328	65,000	220,000
乙材料	35,836	72,912	81,250	189,998
機械時間	53,754	62,496	113,750	230,000
売上高	66,959,566	81,651,024	109,167,500	257,778,090
甲材料	8,027,264	9,332,736	7,280,000	24,640,000
乙材料	8,636,476	17,571,792	19,581,250	45,789,518
機械時間	18,921,408	21,998,592	40,040,000	80,960,000
その他変動費	2,006,816	1,083,264	2,193,750	5,283,830
小計	37,591,964	49,986,384	69,095,000	151,389,518
販売費	5,106,630	2,031,120	3,753,750	283,422,866
限界利益	24,260,972	29,633,520	36,318,750	90,213,242
同利益率	0.3623227	0.362928945	0.3326883	0.34996474
個別固定費	254,000	196,000	247,800	697,800
貢献利益				89,515,442
共通固定費				11,548,000
営業利益				77,967,442
変動製造原価率	0.561	0.612	0.633	
変動販売费率	0.076	0.025	0.034	
単位あたり限界利益	1,354	2,845	2,235	
機械時間あたり	451	474	319	
甲材料単位あたり	339	356	559	
乙材料単位あたり	677	406	447	
甲材料使用可能量	220,000	単位		
乙材料使用可能量	190,000	単位		
利用可能総時間数	230,000	時間		
A 製品販売可能量	18,000	単位		
B 製品販売可能量	11,000	単位		
C 製品販売可能量	17,500	単位		

10. ソルバーの実行による確認と調整

以上でまとめられた結果は、制約条件が表-3 から変更がなければ、上の 8 項の段階の理由による多少の変化があっても、ほぼ予定したのに近い結果が得られるが、制約条件値を多少きりの良い数値に代えたりすると、予定した解とは異なった結果になる。しかしそれでも 1 品以上の販売量が 0 になることは少なく、予定した解に近いところで最有利解は得られる。

まれに 1 品の販売量が 0 になるような場合には、⑦の手順に戻って調整する。

この調整も、表計算では途中でキーボードから入力しないでセル参照で入力してゆけば、数値で入力した部分を変えれば全体が一瞬で変更されるから、繰り返しの調整に時間を取られることは少ない。表計算の強みを発揮できるのである。

【問題】

ある製品部門では A, B, C の 3 製品を同一の設備を利用して製造販売している。以下の資料の条件でこの三製品の最有利な組合せはどのようなになるか、分析しなさい。

【資料】

	A 品	B 品	C 品	
売価	3,737	7,839	6,718	円
その他の変動費	112	104	135	円
材料使用量				材料単価
甲材料	4	8	4	112
乙材料	2	7	5	241
機械時間	3	6	7	352
単位販売費	285	195	231	
使用可能な材料と機械時間				
甲材料	220,000	単位		
乙材料	190,000	単位		
機械時間	230,000	時間		
A 製品販売可能量	18,000	単位		
B 製品販売可能量	11,000	単位		
C 製品販売可能量	17,500	単位		

また制約条件の変更や販売量の制約条件の設定によっては、最初に予定した解が最有利解でない場合が生じる。特にアクティブな制約条件として予定して連立方程式を組んできた表-3 の数値が切りの悪い場合には、多少丸めた数値にしたいことが多い。こうした場合には、最有利解が変化することがある。そこで最後に表-6 の総括後に改めてソルバーを実行して期待する様な適切な解が得られるか確かめる必要がある。

制約条件の値を大きく変えない限り、この 3 元の問題作成では順当に結果が得られる。

11. 問題の作成

以上の経過が順当に進行したら、最後にこれを問題に展開する。

ここでの例では、以下の様な問題にまとめるのである。

このデータに基づいてこれまでこの紀要で取りあげてきたところの、計算領域と制約条件領域を設けてソルバーを実行する方法で

結果を得ると、下のようになり、当初に設定した組合せが達成されていることが確認できる。

	A 品	B 品	C 品	
製造台数	17,918	10,416	16,250	
材料使用量				合計
甲材料	71,672	83,328	65,000	220,000
乙材料	35,836	72,912	81,250	189,998
機械時間	53,754	62,496	113,750	230,000
売上高	66,959,566	81,651,024	109,167,500	257,778,090
材料費	16,663,740	26,904,528	26,861,250	70,429,518
機械変動費	18,921,408	21,998,592	40,040,000	80,960,000
その他変動費	2,006,816	1,083,264	2,193,750	5,283,830
変動販売費	5,106,630	2,031,120	3,753,750	10,891,500
限界利益	24,260,972	29,633,520	36,318,750	90,213,242
個別固定費	254,000	196,000	247,800	697,800
貢献利益				89,515,442
共通固定費				11,548,000
営業利益				77,967,442

制約条件領域

		現在値	制約条件
制約条件 1	甲材料	220,000	220,000
制約条件 2	乙材料	189,998	190,000
制約条件 3	機械時間	230,000	230,000
制約条件 4	A 製品販売量	17,918	18,000
制約条件 5	B 製品販売量	10,416	11,000
制約条件 6	C 製品販売量	16,250	17,500

なおこの解答では限界利益のセルを目標セルにしているが、これはそれ以降の固定費が販売量によって変化しないからであり、最

後の営業利益をソルバーでの目標セルにしても同じ結果になる。

Ⅲ. 4 元問題作成法

4 元の場合も基本的には 3 元の場合と変わりはない。以下、例によって説明してゆこう。

1. 問題のイメージの予定

4 元であるから、単独解を得るためには既約ガウス行列も 4 行を予定する必要があるから、ここでは第 1 工程から第 3 工程の機械時間と、全体に共通して利用される材料の制約があるとす。その他の各製品の販売量の制約は後に設定する。

これに加えて多少問題を複雑にするために、総機械時間が一定時間数を超えると別途のエネルギー供給先の利用が必要になり、共通固定費の増加が生じるので、目標関数は営業利益に置くことが妥当としよう。

2. 製品販売量と製品単位当たり限界利益の予定

最終的な目標関数が営業利益の場合でも、この段階では限界利益の予定をおこなう。そこで 3 元の場合と同様に次の表-7 の様に予定する。

表-7 (太字の部分の数値を設定する)

製品	販売量	単位限界利益	限界利益
X_1	1,320	325	429,000
X_2	1,458	746	1,087,668
X_3	802	725	581,450
X_4	1,778	1,022	1,817,116

3. ガウス行列の係数の設定

全製品に共通する制約条件についてガウス行列を任意に設定する。

ここでは何度か触れたように単独解を結果したい場合には、製品数と制約条件の数を同じにする。複数解の問題をあえて作る場合

には、製品数よりもガウス行列の行数を多くなるようにすれば良いことも、行列式解法を周知の向きには説明するまでもないであろう。こうした利用の仕方いろいろと考えることが出来る。

ともあれ、ここでは次のようなガウス行列の係数を予定しよう。

表-8

	X_1	X_2	X_3	X_4
制約条件 1	1	2	3	2
制約条件 2	0	5	4	3
制約条件 3	0	0	3	2
制約条件 4	0	0	0	2

4. ガウス行列の係数からガウス行列を持つ連立方程式の設定

上のガウス行列の各係数に販売量を乗じて、制約条件の連立方程式を表-9 のように作成する。Y 値については 3 元の場合に加えるところはない。

表-9

X_1	X_2	X_3	X_4	Y
1	2	3	2	10,198
0	5	4	3	15,832
0	0	3	2	5,962
0	0	0	2	3,556

5. このガウス行列を拡大係数行列に展開する

表-10

X_1	X_2	X_3	X_4	Y	
2	4	6	4	20,396	R1*2
1	7	4	3	20,068	R2+4*R1-(R3+3*R1)
2	4	9	4	22,802	R3+3*R1-(R4+R1)
1	2	3	4	13,754	R4+R1

ここでは基本変形を組み合わせ、一挙に逆展開している。

以上の結果、次の連立方程式を予定したのである。

$$2X_1 + 4X_2 + 6X_3 + 4X_4 = 20,396$$

$$X_1 + 7X_2 + 4X_3 + 3X_4 = 20,068$$

$$2X_1 + 4X_2 + 9X_3 + 4X_4 = 22,802$$

$$X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4 = 13,754$$

6. 原価による連立方程式の展開

各制約条件の原価単価を任意に予定して、これを係数に掛けて制約条件の原価の連立方程式に展開する。

表-11

	単価	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Y
制約条件 1	135	270	540	810	540	2,753,460
制約条件 2	55	55	385	220	165	1,103,740
制約条件 3	62	124	248	558	248	1,413,724
制約条件 4	180	180	360	540	720	2,475,720

この結果次の連立方程式を予定したので

表-12

問題領域					
	270		540		810
					540
					2,753,460
	55		385		220
					165
					1,103,740
	124		248		558
					248
					1,413,724
	180		360		540
					720
					2,475,720

四元連立方程式の解法実行

	公約数計算領域																					
<p>解</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px;">X1</td><td style="padding: 2px;">1,320</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">X2</td><td style="padding: 2px;">1,458</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">X3</td><td style="padding: 2px;">802</td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">X4</td><td style="padding: 2px;">1,778</td></tr> </table>	X1	1,320	X2	1,458	X3	802	X4	1,778	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="height: 20px;"></td></tr> </table>							<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="height: 20px;"></td></tr> </table>						
X1	1,320																					
X2	1,458																					
X3	802																					
X4	1,778																					

ある。

$$270X_1 + 540X_2 + 810X_3 + 540X_4 = 2,753,460$$

$$55X_1 + 385X_2 + 220X_3 + 165X_4 = 1,103,740$$

$$124X_1 + 248X_2 + 558X_3 + 248X_4 = 1,413,724$$

$$180X_1 + 360X_2 + 540X_3 + 720X_4 = 245,720$$

7. 連立方程式を解くことによる確認

以上の経過が適切に行われているか、連立方程式を解いて確認する。

ここでは3元のVBAによる自動解法を参考にして作成したマクロによって解いている。このVBAのプログラムは300行以上になるので表示は省略する。マクロを利用しなくても、従来の方法で解けば良い。

なおプログラムによって解く場合には、4元では複数解の場合の内容を簡単に表せないし、ここで必要なのは単独解か複数解か、あるいは解無しであるかの確認であるから、そのようなプログラムに変更する必要がある。

このプログラムの実行画面は次の表-12の様であるが、詳細はダウンロードしたシートで見られたい。

以下計算手順の表示は省略して結果だけを表示する

1	0	0	0	1,320
0	1	0	0	1,458
0	0	1	0	802
0	0	0	1	1,778

この確認の結果、当初の予定した販売量の解が得られることが確認される。

8. 単位売価までの展開

3 元の場合と同様に、不足する要素の原価

を予定して、最初の単位限界利益を売価まで展開する。

表-13

単位限界利益	325	746	725	1022
その他変動費	772	544	612	421
第一工程	270	540	810	540
第二工程	55	385	220	165
第三工程	124	248	558	248
甲材料	180	360	540	720
小計	1,401	2,077	2,740	2,094
単位販売費	352	221	568	142
単位売価	2,078	3,044	4,033	3,258
限界利益率	0.15640038	0.245072	0.179767	0.313689

ここでも 3 元の場合と同様に、その多変動費と単位販売費を任意に予定して、売価に積み上げている。

9. 予定した解からの乖離と調整

ところで 4 元の場合には、これまでの手順でもある製品の販売量が 0 になる結果が生じることがある。

この理由は先にも触れたように、「その他変動費」と「変動販売費」の設定による当初の有利さの変化、連立方程式で求めてきた制約条件の値を多少丸めた値にすること、および最後に新たに加えた販売市場の制約条件、の 3 つにあるから、最初に設定した解にこだわるのであれば、「その他変動費」等の付加を

止め、制約条件も拡大係数行列で見いだされた値と販売市場については最初に設定した解の販売量を販売市場の制約にすれば、予定した解が得られる。

しかしそれではいかにも販売市場の制約条件が全部アクティブな制約条件になって、不自然であるから、現実には販売市場の制約値は、予定した解よりも多少高めに設定する方が自然であろう。この結果からも、当初に予定した解とは多少異なった組合せが結果されるが、最初の設定を是が非でも維持したいという場合は別として、実用に差し支えるほどではないであろう。そして不都合があれば、3 元の場合と同様にその他変動費等の設定の段階に戻って調整することで済ましうる。

この 4 元の問題例では、上の表-13 の設定で、制約条件を表-10 の拡大係数行列の Y 値の通りで、販売量の制約は最初に予定した販売量にすると、問題設定後の解は最初に予定した 1320、1458、802、1778 と異なって、1348、1472、754、1800 の組合せの解になっている。

この点を配慮すると、制約条件についても多少丸めた数値にした方が、問題として抵抗が少ないであろう。制約条件を表-14 の様に丸めても、表-15 の様な解が得られる。

この点から、調整は比較的容易であること

が多いので、それほど気を遣わなければならないような難しい問題ではないといえよう。

10. 問題の作成

以上の結果を問題に展開するが、ここでは文言による説明は省略して、次の表-14 以下の問題の形で表すことで十分であろう。

11. 結果による確認と調整

問題設定によるデータ領域、計算領域および制約条件領域の状況が表-14 以下である。

表-14

データ領域

	A 品	B 品	C 品	D 品	
売価	2,078	3,044	4,033	3,258	
その他の変動費	772	544	612	421	
変動販売費	352	221	568	142	
機械時間と材料使用					変動費
第一工程	2	4	6	4	135
第二工程	1	7	4	3	55
第三工程	2	4	9	4	62
甲材料	1	2	3	4	材料単価 180
使用可能な材料と機械時間					販売市場の制約条件
第一工程	20,500	時間	A 品	1,400	
第一工程	20,100	時間	B 品	1,500	
第一工程	23,000	時間	C 品	900	
甲材料	14,000	単位	D 品	1,800	
総機械時間の制約					超過した場合の固定費 1,350,000 円
55,000 時間					超過しない場合の固定費 1,200,000 円

表-15

LP 領域

	A 品	B 品	C 品	D 品	
製造台数	1,398	1,454	781	1,800	
機械時間					合計
第一工程	2,796	5,816	4,686	7,200	20,498
第二工程	1,398	10,178	3,124	5,400	20,100
第三工程	2,796	5,816	7,029	7,200	22,841
総機械時間					63,438
甲材料	1,398	2,908	2,443	7,200	13,849
売上高	2,905,044	4,425,976	3,149,773	5,864,400	16,345,193
第 1 工程変動費	377,460	785,160	632,610	972,000	2,767,230
第 2 工程変動費	76,890	559,790	171,820	297,000	1,105,500
第 3 工程変動費	173,352	360,592	435,798	446,400	1,416,142
材料費	251,640	523,440	421,740	1,296,000	2,492,820
その他変動費	1,079,256	790,976	4,776,972	757,800	3,106,004
変動販売費	492,096	321,334	443,608	255,600	1,512,638
限界利益	454,350	1,084,684	566,225	1,839,600	3,944,859
固定費					1,350,000
営業利益					2,594,859
単位限界利益					
限界利益率	0.1564004	0.245072	0.17977	0.313689	0.241347

表-16

制約条件領域

	現在値	制約値
制約条件 1 第一工程	20,498	20,500
制約条件 2 第二工程	20,100	20,100
制約条件 3 第三工程	22,841	23,000
制約条件 4 甲材料	13,849	14,000
制約条件 5 A 品販売可能	1,398	1,400
制約条件 6 B 品販売可能	1,454	1,500
制約条件 7 C 品販売可能	781	900
制約条件 8 D 品販売可能	1,800	1,800

なお、ここでは最初の問題のイメージで挙げた総作業時間に応じた固定費の増加も IF 構文で固定費の箇所に取り込んでいるが、問題無く処理できている。

それなりに手間が増えるが、この種の LP 問題を作成しようと試みて 1 品以上が 0 になる状況から抜け出せなくて悪戦苦闘した経験のある人には、たいした手間とは感ぜられないものと思われる。

IV. 5 元以上の問題作成

以上の方法は 5 元以上の問題作成にも利用できる。5 元では 5 つの制約条件の式を考えるとといった製品数に応じた制約条件を選択して、拡大係数行列にくみ上げることが必要になるだけである。

ただ 5 元の連立方程式の自動解法のプログラムは、新しい難しさはないが、面倒さが飛躍的に増えるので作成するに至っていない。連立方程式が得られたら、自ら解くことになっているがそれほど難しい問題ではない。

V. あとがき

これまでこの紀要で挙げてきた 3 元以上の LP の問題は、この作成法で作成したものであるが、それらでも取りあげたような利益計画への利用を予定した資料変化にも対応した数値を作れるなど、各種に利用できることを確認している。この紀要で発表している「高原果物の処理計画」もその一例である。

こうした利用を通して LP の実践的教育での活用が広まることを期待している。

(注記)

注1) 3元の場合の連立方程式の自動解法については次の書物で挙げられたプログラムを参考にして作成しているが、長くなるので省略するのでこの書物を参照・利用されたい。

長谷川勝也著 「EXCEL で学ぶ統計学入門」第 2 巻「線形代数・微分積分編」平成 10 年。技術評論社。

注2) 4元の場合の自動解法のプログラムも上述の書物の考えに基づいて作ったものであるが、長くなり、取りあげるとこの紀要の 10 頁以上を必要とするので割愛する。LEC 会計大学院のホームページにアクセスして Excel ファイルをダウンロードして利用されたい。

※この研究ノートの Excel シートは、LEC 会計大学院ホームページで公開しているので利用されたい。

なお、ダウンロードするためには、下記のユーザー名とパスワードが必要になる。

ユーザー名: kiyou1102 パスワード: 1403312